

MODELOS DE SUPERFICIES CUADRICAS, RECTAS Y PLANOS EN 3D, COMO MATERIAL DIDÁCTICO PARA EL CURSO DE CÁLCULO II EN LA UNIVERSIDAD DE CALDAS

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

La experiencia a través de varios años de labor docente universitaria, y en especial en el curso de Cálculo II, con el cual se ha tenido problemas de representación gráfica en el espacio de muchas superficies, especialmente las cuadráticas, los estudiantes tienen grandes dificultades, estancamientos, retrocesos y en muchos casos abandonos del curso. Esto me ha llevado a plantear la elaboración de material didáctico con la participación de los estudiantes. Según (Artigue, 1995), (Cantoral & Farrán, 1998), (Dolores, 2000) y (Serna, 2007) en los cursos de Cálculo universitario existe la tendencia a presentar los objetos matemáticos de una manera abstracta, donde se hace el mayor énfasis a los algoritmos y a trabajar con lenguajes analíticos, prestando menos atención al lenguaje gráfico y numérico. Este hecho puede generar en los estudiantes poco interés al no encontrarle un verdadero sentido al curso. Teniendo en cuenta el gran interés que presentan hoy en día los estudiantes por el uso de aplicaciones y software de matemáticas para el estudio y la comprensión de diferentes temas en matemáticas, es necesario plantear nuevas metodologías de trabajo colaborativo en el aula de clase. La enseñanza de las matemáticas a lo largo de la historia ha involucrado los avances en diferentes campos de la ciencia, técnica etc, con ellos nuevos descubrimientos, algunos estudiantes utilizan recursos matemáticos en física, química e ingeniería y no son capaces de identificarlos con lo aprendido en los cursos de matemáticas. Es por esto la necesidad de involucrar al estudiante con los objetos más reales en físico y con sus modelos matemáticos, teóricos de forma espontánea. (Morales, 2010)

Actualmente las tecnologías, además de liberar a los estudiantes de realizar manipulaciones algebraicas y cálculos tediosos, ofrecen la posibilidad de identificar representaciones equivalentes del mismo concepto, favoreciendo la interacción y el dinamismo" (Aranda & Callejo, 2010, pág. 248) De acuerdo a Fernando Hitt (2003) en su trabajo Dificultades en el Aprendizaje del Cálculo, presenta "algunos problemas de aprendizaje ligados tanto a profesores de matemáticas como a estudiantes en temas de cálculo. Parte de la problemática expuesta se refiere a que los alumnos que ingresan por primera vez a un curso de cálculo, generalmente han tenido un acercamiento intuitivo del infinito, muy probablemente con aspectos de la "vida real" (p.e. que el universo es infinito), sin haber reflexionado sobre aspectos propios del infinito en matemáticas; ello dificulta en cierta medida su comprensión en un contexto matemático.

Muchos docentes realizan investigaciones de laboratorio, excursiones y actividades interdisciplinarias con el propósito de enriquecer los contenidos involucrando al estudiante en procesos dinámicos para desarrollar sus conocimientos y habilidades de una forma práctica, es por ello que los docentes de matemáticas no podemos dejar a un lado esta clase de actividades. También se debe considerar el aprendizaje por descubrimiento y de contacto con los objetos reales o del medio; el proceso de enseñanza aprendizaje debe partir de las experiencias que tiene el estudiante, es por esto que se quiere la vivencia de los estudiantes de cálculo II de la observación en la construcción y proposición de preguntas que los lleve a un entendimiento de los temas aquí propuestos. "la naturaleza de los conocimientos previos de los alumnos debe considerarse para efectos de la estrategia, donde la motivación es necesaria para el logro del aprendizaje, con base a los problemas de los instrumentos tecnológicos, la diversidad y el cómo enseñar o dar las herramientas para resolver problemas matemáticos" (Villalta, 2010-2011). Esta situación problemática debe obligar al estudiante y al docente a buscar soluciones, generando aprendizaje. Por otra parte, el material didáctico debe tener como finalidad para el estudiante el poder trabajar, explorar, investigar, descubrir y construir el conocimiento; es por ello que con este proyecto se quiere darle esas posibilidades a los estudiantes de Cálculo II.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Cómo motivar a los estudiantes de Cálculo II de la Universidad de Caldas, para la elaboración y construcción de material didáctico para la enseñanza de superficies cuadráticas, rectas y planos en forma física, usando software GeoGebra e impresión 3D en el espacio MakerSpace de la Universidad de Caldas?

OBJETIVO GENERAL

Elaborar material didáctico para la enseñanza de superficies cuadráticas, rectas y planos en forma física, usando software GeoGebra e impresión 3D en el espacio MakerSpace de la Universidad de Caldas.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Seleccionar las superficies cuadráticas, recta y plano por parte de los estudiantes del curso de Cálculo II, con las cuales se va a trabajar para su modelación real.
- Definir las ecuaciones de las superficies cuadráticas, recta y plano para ser modelado con el software GeoGebra y después ser impreso en 3D.
- Conceptuar las diferentes superficies cuadráticas, recta y plano mediante fichas didácticas de trabajo en clase.

METODOLOGÍA

Fase 1: En esta etapa los estudiantes formaron grupos en un máximo de 5 estudiantes, para definir las superficies cuadráticas, rectas y planos con las cuales van hacer el trabajo. Los estudiantes reunidos por grupos realizaron una consulta teórica sobre las superficies a tratar y, así ellos eligieron y prepararon los modelos teóricos de las superficies a trabajar. Las superficies sugeridas son: cilindros, conos, esfera, elipsoide, paraboloides, hiperboloides de una hoja, hiperboloides de dos hojas, y silla de montar. También se realizó una consulta sobre el software GeoGebra quienes no lo conocían.

Fase 2: Ahora los grupos de trabajo, ya habiendo seleccionado la superficie con la que van a trabajar, presentaron una ecuación específica de la superficie para realizar la modelación en el software GeoGebra, y después llevar la al espacio MakerSpace que se encuentra en el Centro de ciencia Francisco José de Caldas, para obtener el objeto de una forma física, al realizar la impresión 3D. Aquí cada grupo de estudiantes podrá observar, e intervenir en el proceso de impresión 3D con la ayuda de los encargados de las impresoras. Como podemos observar en la figura 1. Aquí les dieron información del proceso de impresión, y las condiciones necesarias para pasar del software GeoGebra al software de impresión, en un primer ensayo se realizó la impresión de un paraboloides hiperbólico, como se observa en la figura 1.

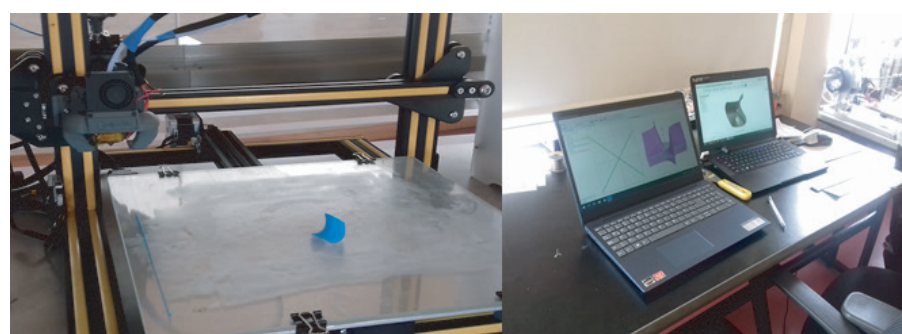


Figura 1, tomada por estudiantes.

Con la información dada por las personas encargadas del espacio MakerSpace, los estudiantes realizan en GeoGebra las superficies cuadráticas para poder hacer la impresión. Por ejemplo la silla de montar, figura 2.

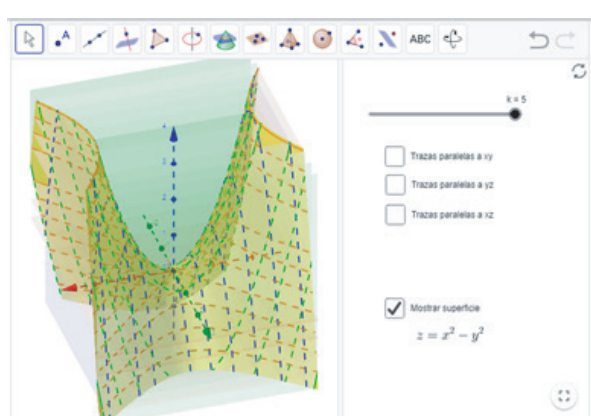


Figura 2. Realizada por estudiantes

Otro ejemplo es el del cono elíptico, como se expone a continuación

$$\frac{X^2}{2^2} + \frac{Y^2}{3^2} - \frac{Z^2}{4^2} = 0, \text{ ecuación particular}$$

TRAZAS

	<p>Traza Plano XY</p> <p>$(2\text{Sen}(t), 3\text{Cos}(t), -4)$</p> <p>$(2\text{Sen}(t), 3\text{Cos}(t), 4)$</p>
	<p>Traza plana XZ</p> <p>$(t, 0, 2t)$</p> <p>$(t, 0, -2t)$</p>
	<p>Traza plana YZ</p> <p>$(0, t, 4/3t)$</p> <p>$(0, t, -4/3t)$</p>
	<p>Visualmente el cono elíptico cuando ya tiene las trazas.</p>

De igual manera el resto de estudiantes realizaron este trabajo, y a medida que los grupos entregaban las superficies preparadas en el software GeoGebra, se realizaba la impresión en 3D. Es de anotar que los tiempos de impresión eran grandes, de 8 horas en adelante, en la figura 3. Podemos ver algunas impresiones en 3D.

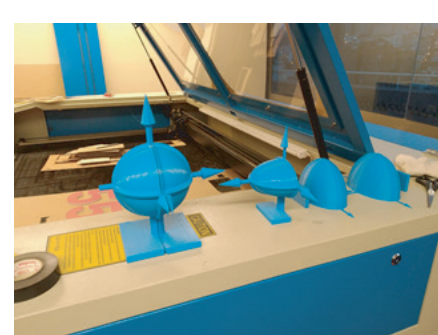
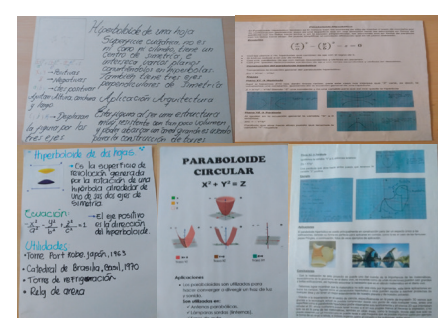


Figura 3. Tomada por los colaboradores del MakerSpace

Fase 3

Después de tener los objetos en forma física, ahora los estudiantes planearon las presentaciones de los materiales didácticos, tanto del modelo físico como la elaboración de fichas de trabajo en el aula de clase. Algunos de estas fichas y modelos físicos realizados, figuras 4



Figuras 4 fotos tomadas en el momento de entrega

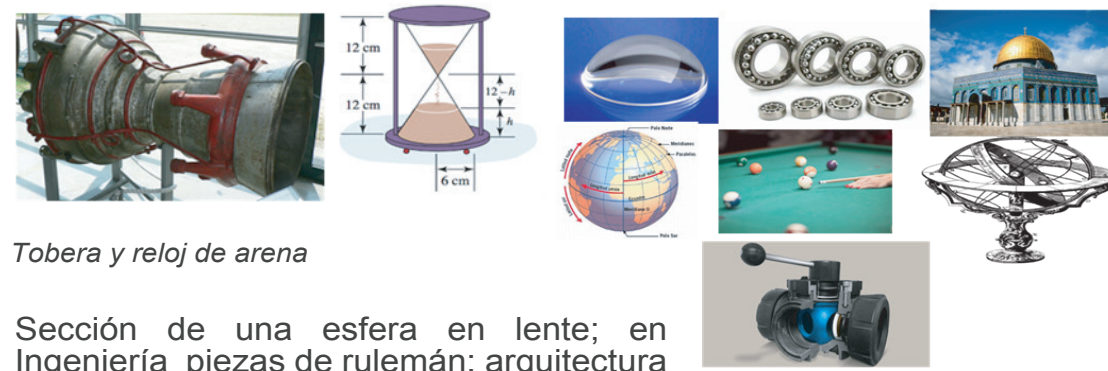
Fase 4

En esta última fase, se realizaron actividades de aula para socializar cada una de los materiales didácticos de las superficies, rectas y planos elaborados, así se espera afianzar el conocimiento sobre las superficies cuadráticas, rectas y planos, y determinar si el uso de estos materiales didácticos, y también como el uso software GeoGebra, si es importante en el aprendizaje significativo. A continuación se presentan imágenes de las exposiciones realizadas por los estudiantes, en los que presentaron las fichas didácticas de cada superficie y también las diferentes aplicaciones de dichas superficies. Figura 5



Figuras 5, fotos tomadas en el momento de las exposiciones

APLICACIONES DE LAS SUPERFICIES CUADRICAS



Tobera y reloj de arena

Sección de una esfera en lente; en Ingeniería piezas de rulemán; arquitectura diseños de cúpulas; representación esférica de la tierra; juegos y deportes; modelo reducido del cosmos; corrosión esferas de vidrio y cerámica en válvulas de retención.

El hiperboloides de una hoja, al ser una estructura muy resistente con tan poco volumen y poder abarcar un área grande



Faro de Adziogol, Ucrania, 1911; Torre de refrigeración THTR-300, reactor nuclear de Hamm-Uentrop, Alemania, 198; Puente de la Corporation Street, Manchester, Inglaterra, 1999; Torre de agua Essarts-le-Roi, Francia, 2006.

El Paraboloides Hiperbólico ha sido una de las superficies que más se han aplicado en arquitectura. Gaudí fue uno de los que la emplearon.



Paraboloides hiperbólico en el techo de la Sagrada Familia (iniciada el año 1883). En el restaurante Los Manantiales (1958) del parque de Choximilco en la ciudad de México. ¿Cuántas matemáticas caben en una bolsa o, más bien, en un bote de patatas fritas? Pringles. – Tomado de El Español.

RESULTADOS ESPERADOS:

1. Material didáctico en físico para la enseñanza de superficies cuadráticas, rectas y planos, con sus respectivas fichas de trabajo. Material que podrá ser utilizado en cursos futuros de cálculo II.
2. Apropiación por parte de los estudiantes, de los principales conceptos sobre superficies cuadráticas, rectas y planos temas fundamentales del Cálculo II.
3. Participación activa por parte de los estudiantes en el proceso de formación propuesto en el curso de Cálculo II, además del conocimiento del espacio MakerSpace con el cual ellos podrían contar para su futuro en otras actividades académicas o profesionales.
4. Presentación de Póster en el cual se plasma el proceso y desarrollo del proyecto.

CONCLUSIONES

Después de realizada la fase 4 de presentación y exposición de los trabajos se sacaron las siguientes conclusiones:

1. Con la realización de este proyecto se puede dar cuenta de la importancia de las matemáticas, especialmente de la geometría, en el diario vivir, es increíble como de unas ecuaciones pueden salir grandes y bellas edificaciones, así logrando encontrar lo necesario que es el cálculo matemático en el diario vivir.
2. Debemos lograr incentivar que la matemática no solo sea vista por ingenierías, esta tiene aplicaciones en todos los campos, figuras como el paraboloides hiperbólico u otras pueden ayudar a resolver problemas de cualquier área y así tener un mejor entendimiento de nuestro planeta y de nuestro universo.
3. Gracias a la experiencia en el centro de ciencia, específicamente en la parte de impresión 3D vemos que gracias a la tecnología actual es posible comprender desde otro punto de vista cualquier cosa, antes una superficie como el paraboloides hiperbólico podía observarse solo teóricamente y en planos 2D que intentaban simular el 3D, ahora cualquiera puede tener acceso a él en sus propias manos al hacerse la impresión, y no solo es en la parte de las matemáticas, también en otras áreas, como la biología, donde algo que solo se puede observar por un microscopio se puede llevar a una maqueta que es posible imprimir como por ejemplo la forma de un virus o célula, e incluso órganos como el corazón o los pulmones, entre otros.
4. Día a día observamos a nuestro alrededor alguna superficie cuadrática, estas, aunque no se crea o no lo notemos están siempre cerca de nosotros, ya sea en el colegio, la universidad, un parque o el trabajo e incluso en la comida. Las aplicaciones de estas han sido indispensables para el desarrollo de la humanidad, como ejemplo tenemos muchas edificaciones construidas a base de alguna de las superficies cuadráticas para que esta sea bonita y a la vez resistente. Por lo anterior que todos deberíamos conocerlas y ver su utilidad, no solo observarlas ya sea en el colegio o universidad y por pasar una materia, sino que veamos que estas son de gran utilidad y es indispensable tener conocimientos básicos sobre ellas.
5. El software denominado GeoGebra permite conocer de una forma muy dinámica las matemáticas, garantizando la construcción de gráficas a partir de rectas, semirectas, puntos, etc. Potenciando el conocimiento como estudiantes logrando una mayor interacción y creatividad a la hora de hacer geometría.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aranda, C., & Callejo, M. L. (2010). I.E.S. Número 3 La Vila Joiosa, Universidad de Alicante Aproximación al concepto de función primitiva: un experimento de enseñanza con applets de geometría dinámica. Obtenido de documat.unirioja.es/descarga/articulo/3731128.pdf
- Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. México: Ingeniería didáctica en educación matemática.
- Cantoral, R., & Farrán, R. M. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la Introducción al análisis. Épsilon 42, 353 – 369.
- Cardona, L. (2017). aprendizaje de la Matemática mediante proyectos de aula. Universidad Tecnológica de Pereira. Facultad de ciencias básicas.
- Castro, S., Guzmán, B., & Casado, D. (2007). Las tic en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Instituto Pedagógico de Caracas. Revista de Educación, Año 13, Número 23. – 23.
- Hitt, F. (1 de enero de 2003). Dificultades en el aprendizaje del cálculo. Recuperado el 20 de octubre de 2016, de www.academia.edu/https://www.academia.edu/807014/Dificultades_en_el_aprendizaje_del_c%C3%A1lculo?auto=download Morales, S. (2010). El aprendizaje basado en proyectos en la educación Matemática del siglo XXI. Cuaderno de bitácora. Jornadas sobre el aprendizaje y la enseñanza de las Matemáticas. Canarias, España: Centro de profesorado de gran Canaria.
- Rangel, M., Calderón, J., & Sandía, B. (2005). Desarrollo de un sistema hipermedia para la enseñanza de Geometría Descriptiva bajo la plataforma de software libre. Obtenido de <http://www.saber.ula.ve/handle/123456789/15834>.
- Serna, M. L. (2007). Estudio Socioepistemológico de la Tangente. U. Legaria, México D. F.: (Tesis de Maestría). Instituto Politécnico Nacional. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada.
- Villalta, T. (2010-2011). proyecto elaboración de material didáctico. Universidad Politécnica Salesiana sede Cuenca, Ecuador.